

| | |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Title | 數學雜話 |
| Author(s) | 松村, 宗治 |
| Citation | 全国紙上数学談話会. 86 p.3-p.7 |
| Issue Date | 1936-04-17 |
| oaire:version | VoR |
| URL | https://doi.org/10.18910/74306 |
| rights | |
| Note | |

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

381. 數學雜話

松村 宗 治 (台北大)

(I) 相對微分幾何ヲ *Synge* ノ論文: *The proportionality of Energy and Frequency for a photon in general Relativity*, *The quarterly Journ. of Math.* Vol. 6, NO. (1935) p. 203
ニ應用スルコトが出来ル。

コノ場合ニハ同論文ノ記号ヲ用ヒテ

$$\frac{ds}{ds_0} = \frac{\nu_0}{\nu}$$

トナルが故ニ

$$\rho = \frac{\nu_0}{\nu}$$

トナル、コノ ρ ニハ相對的曲率半径デアツテ

$$\frac{ds}{ds_0} = \rho$$

デアル。

(II) 一平面上ニテ原点ヨリ出ヅルニツノベクトルヲ ξ, η トセバ其間ノ角 φ ハ

$$\cos^2 \varphi = \frac{(\xi \eta)^2}{(\xi \xi)(\eta \eta)}$$

デ興ヘラルコトハ、ヨク知ラレテアル、然シテ相對微分幾何學デハ前ニコトヲ述ベシヌウニ原点ヨリ出ルベクトルハ

$$\sqrt{g} R$$

ヲ表ハサレ得。デアールカラ φ ハ相對微分幾何ニ於テモ初等的ノ場合ト同様デアールコトガ分ル、此ノコトガ n 次元空間ノ場合ニモイヘルカラ次ノ事ガ分ル。

相関係数ハ相對的空間ニ於テモ初等的空間ニ於テト同様ガ変リナシ。

ナゼナレバ二組ノ n 個ノ實驗値ガ得ラレテ其ノ相関係数ヲ求ムルコトハ n 次元空間内ニ二組ノ値ニ相當スル二点ヲトリ其等ノ点ヲ原点ヨリ結ブニツノベクトルノ間ノ角ノ餘弦ニ相當スルカラデアール。

(III) 相對的空間ニ於テ *Inversion* ノ理論ヲ組立テルコトガ出來ル、今前ニ考ヘタ動徑ヲ相對的空間ニテ考ヘルトキハ

$$\sqrt{g} R = \frac{a^2}{\sqrt{g'} R'}$$

但シ a ハ常數デアール。

尚亦

$$g ds = \frac{g' ds'^2}{a^4}$$

が成立ツ、 ds ハ初等的線デソレ = 對應セル初等的線素ヲ ds' デ表ハシヌ。

ソコデ $\sqrt{g} R$ ヲ新 = φ トオキ又 $\sqrt{g'} R'$ ヲ φ' トオケバ
Rothe ノ論文ノ理論ガイヘルコト = ナル。(Math. Ann. 72,
S. 57 参照)

(IV) Minkowskis Krümmungsbild ノ式ハ

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi = \bar{p}^{-\frac{1}{3}}(\varphi)$$

デアアル、從ツテ普通ノ記法ヲ用ヒテ此ノ曲線ノ相對幾何ハ次
ノ様 = ナル。

$$r = \bar{p}^{-\frac{1}{3}}(\varphi) / \bar{p}^{-\frac{1}{3}}(\mu)$$

コノ r ハ相對的距離デアアル、次 = dS' ヲ相對的線素
トセヌ

$$dS' = \bar{p}^{-\frac{1}{3}}(\mu) ds$$

デアアル、亦

$$\begin{aligned} \frac{ds}{d\sigma} = \rho &= \frac{d\bar{S}(\varphi)}{d\bar{S}(\mu)} \\ &= \frac{\{q\bar{p}^2(\varphi) + 4\bar{p}'^2(\varphi) - 3\bar{p}(\varphi)\bar{p}''(\varphi)\}\bar{p}^{\frac{7}{3}}(\mu)}{\bar{p}^{\frac{7}{3}}(\varphi)\{q\bar{p}^2(\mu) + 4\bar{p}'^2(\mu) - 3\bar{p}(\mu)\bar{p}''(\mu)\}} \end{aligned}$$

デアアル、コノ ρ = ρ ハ相對的曲率半径デアアル。

今ソレガ零化セバ $\bar{p}(\mu)$ ガ零カ又ハ分子、 $\{ \}$ ガ零

トナル。

後者ヨリ $\bar{p}(\varphi) = 0$ カ又ハ拋物線が得ラレル。

(Mohrmann: Beständig gleichartig gekrümmte Kurven, Math. Ann. 72, S. 290 参照セラルベシ)

斯ノ如クシテ卵形線ノ場合ニ成立スル諸公式ヲ吾人ノ曲線ニ適用シテミルト上ノ様ニナル、其ノ他同様ニ得ラル、ヲケデアル。

例ヘバ

$$d = \sqrt{\bar{p}^{-\frac{1}{3}}(\varphi) \bar{p}^{-\frac{1}{3}}(u) (\varphi_1 - \varphi_2)^2}$$

デアル。

(V) 自今ハ以前東北数誌 19, p. 11 = 於イテ論ジタル拙文ヲ相對微分幾何ニテモ論ジ得ベシ。ソノ爲ニハ先ツ

$$f(\varphi, r) = \int_0^l \{ \sqrt{g g_0 (\varphi(s) - \varphi_0)^2} - r \}^2 ds$$

(g_0, φ_0 ハ定数)

ヲ考ヘテ $f'_r = 0, f'_\varphi = 0$ 等ヲ考ヘルトヨイ。 g ハ φ ノ函数トミレバヨイ。 S ハ相對的曲線ノ長サデアル、ツマリ余ノ上記拙文ト平行ニ考ヘテエケバヨイ。

(VI) 以前考ヘテ

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial u \partial v} = \frac{\partial \log \sin w}{\partial v} \frac{\partial \psi}{\partial u} + \frac{\partial \log \cos w}{\partial u} \frac{\partial \psi}{\partial v} \dots (1)$$

ヲ考ヘルトキハ、此ノ不変式 H, K ハ下ノ如クナル。

$$H = -\frac{\partial^2 \log \sin w}{\partial u \partial v} + \frac{\partial \log \sin w}{\partial v} \frac{\partial \log \cos w}{\partial u},$$

$$K = -\frac{\partial^2 \log \cos w}{\partial u \partial v} + \frac{\partial \log \sin w}{\partial v} \frac{\partial \log \cos w}{\partial u}.$$

サテ $K=0$ + ル場合 = ハ (1)ノ解ハ

$$\cos w \left(\nabla + \int U \tan w du \right) \quad (2)$$

トナルガ故 = A 表面ノ相對的距離 γ ハ下ノ如シ。

$$\gamma = \frac{\nabla_1 + \int U_1 \tan w du}{\nabla_0 + \int U_0 \tan w du}$$

コノ U ハ u, v ノ函数, ∇ ハ v ノミノ函数デアリ其等ノ相異ナル値ヲ U_0, U_1 等ヲ表シタ。

$H=0$ ノ場合モ同様デアル。(Eisenhart: Transformations of surfaces, p. 73 参照)